

# 频率域上的分形图象编码

何爱军 马争鸣

(中山大学电子系, 广州 510275)

**摘要** 研究了频率域上的分形图象编码,与空间域上的分形图象编码相比,它有两个突出的特点:分阶的亮度变换和几何变换的简化与合并。本文的理论分析和实验数据都表明,无论是在编码时间和压缩比方面,还是在解码的收敛性和图象保真度方面,频率域上的分形图象编码都要优于相应的空间域上的分形图象编码。

**关键词** 分形, DCT, 分阶亮度变换, 收敛, 保真度

## 1 引言

目前有关分形图象编码的研究工作,大多数在空间域上进行,目标就是要减少编码时间,改善解码的收敛性和重构图象的保真度。许多研究工作虽然取得了明显效果,但是方法恐嫌复杂,从算法论的角度来看,这是以空间复杂性代替时间复杂性,对算法的实用性帮助不大。本文提出的频率域上的分形图象编码方法,与空间域经典工作相比,只是增加了DCT变换和反变换。但是,由于利用了仿射变换在频率域上的特性,使得编码时间大大减少,并有效地改善了解码的收敛性和重构图象的质量。

## 2 空间域上的分形图象编码

空间域上基于块的分形编码过程,是将原图象分成不重叠的 range 块和尺寸较大、可重叠的 domain 块。对每个 domain 块进行收缩,得到与 range 块一样大小的 codebook 块。然后,为每一 range 块寻找最佳匹配块。Jacquin 提出了 8 类几何变换,来对码书块位置进行变换。为了对一个 range 块寻找最佳匹配,得对每一个 codebook 块进行 8 次匹配计算。假如一幅  $256 \times 256$  的图象, range 块取  $4 \times 4$ ,

domain 块取  $8 \times 8$ , domain pool 的水平密度  $\delta_1 = 2$ , 垂直密度 ( $\delta_2 = 2$ ), 则共有  $64 \times 64$  个 range 块、 $125 \times 125$  个 domain 块。用 8 个几何变换,则每一 range 块需要  $125 \times 125 \times 8$  次匹配运算,对一幅图象则需要  $64 \times 64 \times 125 \times 125 \times 8$  次匹配运算。由此可见,其运算量之巨大,这也正是分形编码耗时的原由所在。

其次,为了对码书块的亮度进行调节, Jacquin 提出了一阶亮度变换  $\lambda$ 。它包含 2 个参数:收缩因子 (scaling factor)  $\alpha$  和偏移量 (offset value)  $b$ 。即:  $f = \lambda(g) = \alpha g + b$ , 为保证变换的收敛性,要求  $|\alpha| < 1$ 。一般来说,较大或较复杂的 range 块难以用一阶亮度变换来进行很好的近似。因为在空间域上,每个象素的地位是平等的,如果用同一亮度变换对 codebook 块内每一象素进行亮度调整,难免会使一些重要象素(如边缘)产生较大的误差;但如果对每个象素分别进行亮度变换,编码位数增加,效率降低。这是空间域上的一个潜在缺陷。

最后,对每一 range 块,分别计算它与 codebook 块中各个经几何变换、亮度变换后的近似块的最小均方距离,把距离最小的块选为最佳匹配块,把相应的参数作为分形码。解码时,用分形码对任意初始图象(和原图象大小相同)进行迭代、拼贴,可近似恢复原图象。

### 3 频率域上的分形图象编码

#### 3.1 编解码过程描述

本文所建议的频域上的分形图象编码,本质上来说,只是把图象块的相似块匹配过程从空间域搬到频率域。首先,将图象分成非重叠的  $4 \times 4$  的 range 块,然后,用大小为  $8 \times 8$  的窗口按水平位移  $\delta 1$  (取 2 或 4) 和垂直位移  $\delta 2$  (取 2 或 4) 在原图象上滑动,得到一系列 domain 块,构成 domain pool。通过收缩将 domain 块变成 codebook 块。最后,将所有的 range 块和 codebook 块通过 DCT 变化到频域上,得到频域上的 range 块和 codebook 块。然后按前述匹配方法,通过几何变换和亮度变换,找到最佳匹配,得到分形码。解码时,跟空间域类似,只是还需进行 DCT 逆变换。

#### 3.2 分阶亮度变换

鉴于空间域上亮度变换的缺陷,我们将 range 块和 codebook 块变换到频率域,利用频率域上能量集中分布的特性,采用分阶亮度变换的办法,使重要部分得到更好近似,从而使整块得到更好近似:

设  $\tilde{F}$  和  $\tilde{G}$  是 range 块  $f$ 、codebook 块  $g$  的频谱。频域上通用的近似公式为:  $\tilde{F} = \Lambda \cdot \tilde{G} + B$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} a_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{N^2-1} \end{pmatrix}$$

(1) 空间域确认 (Identity):  $(L_0 u)_{ij} = u_{i,j}$ , 即  $g(i, j) = f(i, j)$

则  $G(u, v) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} g(i, j) \cos\left(\frac{2i+1}{2N}u\pi\right) \cos\left(\frac{2j+1}{2N}v\pi\right) = F(u, v)$

(2) 空间域关于中垂线  $j = \left(\frac{N-1}{2}\right)$  对称:  $(L_1 u)_{i,j} = u_{i, N-1-j}$ , 即  $g(i, j) = f(i, N-1-j)$

则  $G(u, v) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i, N-1-j) \cos\left(\frac{2i+1}{2N}u\pi\right) \cos\left(\frac{2j+1}{2N}v\pi\right) \underset{\rho=N-1-j}{=} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\rho=0}^{N-1} f(i, \rho) \cos\left(\frac{2i+1}{2N}u\pi\right) \cos\left(\frac{2(N-1-\rho)+1}{2N}v\pi\right) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\rho=0}^{N-1} f(i, \rho) \cos\left(\frac{2i+1}{2N}u\pi\right) \cos\left(\frac{2N-(2\rho+1)}{2N}v\pi\right) = (-1)^\rho F(u, v)$

(3) 空间域关于中横线  $i = \left(\frac{N-1}{2}\right)$  对称:  $(L_2 u)_{i,j} = u_{N-1-i,j}$ , 即  $g(i, j) = f(N-1-i, j)$

则  $G(u, v) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(N-1-i, j) \cos\left(\frac{2i+1}{2N}u\pi\right) \cos\left(\frac{2j+1}{2N}v\pi\right) \underset{\rho=N-1-i}{=} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(N-1-i, j) \cos\left(\frac{2(N-1-i)+1}{2N}u\pi\right) \cos\left(\frac{2j+1}{2N}v\pi\right) = (-1)^i F(u, v)$

$$B = [b_0, b_1, b_2, \dots, b_{N^2-1}]^T$$

为保证收敛,根据 Parseval 定理,可推导该变换的收敛因子小于 1。

频谱系数  $\{F_i\}$ 、 $\{G_i\}$  经 Zig-Zag 扫描后,按从低频到高频的顺序排列,频率域上各系数的重要程度有了区别,低频直流系数集中了图象块的大部分能量,编码时应优先保证。而其余的高频分量,可视块的大小、块复杂程度及编码要求而分成若干组,每组分别采用不同的量度变换。采用这种分阶亮度变换,能对不同等级的分量都较好地近似。

在本文所建议的方案中,根据分阶亮度变换的原理,对 range 块状 DC 系数单独进行编码,即直接对 DC 系数进行平均量化(所分配比特数依压缩要求而定);其余系数采用同一亮度变换(对非常复杂的图象可更细分阶),找到最佳匹配而得相应的分形码。 $\alpha$  取值于  $\{0.9, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2\}$ 。作者用  $256 \times 256$  的标准图象,在 Pentium/120、BC4.0 环境下对该方案进行了实验,实验结果(见后)验证它是可行的。

#### 3 几何变换的简化与合并

频率域分形图象编码带来得另一个好处,就是可以减少几何变换的类型,从而大大减少相似块的数目,使得编码时间大大缩短。空间域上的几何变换推广到频域,可得到简化与合并,其推导过程如下:设

$$\begin{aligned} G(u, v) &= DCT(g(i, j)) \\ F(u, v) &= DCT(f(i, j)) \end{aligned}$$

$$\sum_{p=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(p, j) \cos\left(\frac{2(N-1-p)+1}{2N} u\pi\right) \cos\left(\frac{2j+1}{2N} v\pi\right) =$$

$$\sum_{p=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(p, j) \cos\left(\frac{2p+1}{2N} u\pi\right) \cos\left(\frac{2j+1}{2N} v\pi\right) \cos(u\pi) = (-1)^u F(u, v)$$

(4) 空间域关于第一对角线( $i=j$ )对称: ( $l_3u$ ) $_{i,j}=u_{j,i}$ , 即  $g(i, j) = f(j, i)$

$$\text{则 } G(u, v) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} g(i, j) \cos\left(\frac{2i+1}{2N} u\pi\right) \cos\left(\frac{2j+1}{2N} v\pi\right) = F(u, v)$$

(5) 空间域关于第二对角线( $i+j=N-1$ )对称: ( $l_4u$ ) $_{i,j}=u_{B-1-j, B-1-i}$

即  $g(i, j) = f(N-1-j, N-1-i)$

$$\text{则 } G(u, v) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(N-1-i, N-1-j) \cos\left(\frac{2i+1}{2N} u\pi\right) \cos\left(\frac{2j+1}{2N} v\pi\right) =$$

$$\sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} f(q, p) \cos\left(\frac{2(N-1-p)+1}{2N} u\pi\right) \cos\left(\frac{2(N-1-q)+1}{2N} v\pi\right) =$$

$$\sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} f(p, q) \cos\left(\frac{2p+1}{2N} v\pi\right) \cos\left(\frac{2q+1}{2N} u\pi\right) \cos(u\pi) \cos(v\pi) = (-1)^{u+v} F(u, v)$$

(6) 空间域绕块中心旋转+90°: ( $l_5u$ ) $_{i,j}=u_{j, B-1-i}$ , 即  $g(i, j) = f(j, N-1-i)$

$$\text{则 } G(u, v) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} g(i, j) \cos\left(\frac{2i+1}{2N} u\pi\right) \cos\left(\frac{2j+1}{2N} v\pi\right) = (-1)^u F(u, v)$$

(7) 空间域绕块中心旋转-90°: ( $l_6u$ ) $_{i,j}=u_{B-1-j, i}$ , 即  $g(i, j) = f(j, N-1-j, i)$

$$\text{则 } G(u, v) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} g(i, j) \cos\left(\frac{2i+1}{2N} u\pi\right) \cos\left(\frac{2j+1}{2N} v\pi\right) = (-1)^v F(u, v)$$

(8) 空间域绕块中心旋转+180°: ( $l_8u$ ) $_{i,j}=u_{B-1-i}$ , 即  $g(i, j) = f(N-1-i, N-1-j)$

$$G(u, v) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} g(i, j) \cos\left(\frac{2i+1}{2N} u\pi\right) \cos\left(\frac{2j+1}{2N} v\pi\right) = (-1)^{u+v} F(u, v)$$

从上述推导结果可见,原来在空间域上使用的8个几何变换,可以在频域上简化合并为4个:

$$G(u, v) = F(u, v); G(u, v) = (-1)^u F(u, v);$$

$$G(u, v) = (-1)^v F(u, v); G(u, v) = (-1)^{u+v} F(u, v)$$

这样,对于一幅  $256 \times 256$  的图象,range 块取  $4 \times 4$ , domain 块取  $8 \times 8$ , domain pool 的水平、垂直密度  $\delta=2$ ,每一 range 块只需要  $125 \times 125 \times 4$  次匹配运算,比空间域上减少了  $125 \times 125 \times 4$  次匹配运算,对整幅图象则减少了  $64 \times 64 \times 125 \times 125 \times 4$  次匹配运算,因而大大减少了编码时间。另外,频率域上每类变换只需乘  $\pm 1$ ,没有空间域上各种旋转替代运算,这样也加快了匹配速度。

### 3.4 绝对值误差准则

在以往的匹配过程中,常采用最小均方差作为误差判断准则,但它需多次乘法运算,由于每次匹配都得计算,从而耗费大量时间。本文采用绝对值误差准则  $\delta(X, Y) = \sum |X_i - Y_j|$ , 只需少量加法运算,

使匹配速度加快。如在匹配过程中设置一阈值(threshold),则一些简单块只需少量次数搜索就可找到近似块,使匹配过程更快。

## 4 实验结果与分析

本文对标准图象 Lena, Girl, Playb256 ( $256 \times 256$ , 8bits) 分别进行空间域和频率域上的分形图象编码,对两种方法的实验结果进行了比较,详细实验数据如下:

(1) 编码时间、压缩比方面改进

	Lena		Girl		Playb256	
	空间域	频域	空间域	频域	空间域	频域
编码时间(分)	82	8	84	8	87	9
压缩比(倍)	4	5.56	4.3	5.56	3.9	5.56
PNSR	31.34	31.40	30.96	31.15	30.12	30.56

以上实验数据表明,在图象保真度略有提高的情况下,频率域上的编码方案使编码时间大大减少;同时,压缩比有所提高。但由于采用较小的  $4 \times 4$

range 块和  $8 \times 8$  domain 块,且最后没进行熵编码,使压缩比不是很高。相应的原图象、解码图象见图 1。

(2) 解码器收敛性增强

解码时,在空间域上,一般要迭代 8~12 次才能较好恢复图象;在频域上,由于采用了分阶亮度变

换,解码时收敛性增强,只需 4~5 次迭代就能很好恢复图象,再增加迭代次数,图象质量没有明显改善。图 2 分别是迭代 1 次、2 次、4 次、12 次的解码图象:



(a) 原图象

(b) 空间域的解码图象

(c) 频域的解码图象

图 1



迭代 1 次

迭代 2 次

迭代 4 次

迭代 12 次

图 2

### 5 结 论

表面上看,频率域上的分形图象编码比空间域上的图象编码多了 DCT 和 IDCT 两道工序;但是,因为在频率域上,几何变换可以简化合并为 4 个比较简单的几何变换,从而大大减少了相似块数目(呈几何级数),因而也大大缩短了编码时间。实验结果有力地证实了这一点。另外,分阶亮度变换有助于改善解码器的收敛性和重构图象的保真度。

频率域上的分形图象编码为分形图象编码开辟了新的天地,本文的工作只是这方面的初步尝试。

### 参 考 文 献

- 1 Barseley M F. Fractal Everywhere . New York: Academic Press, 1988.
- 2 Jacquic A. Image Coding Based on Fractal Theory of Iterated Contraction Image Transforms . SPIE Vol. 1360 Visual communication and Image Processing '90.
- 3 Jacqic A E . Fractal image coding : A Reviw. Proceeding of the IEEE,1993,81(10).
- 4 Bracewell, R. N, Chang. K. Y, Wang. Y. H. Affine theory for two-dimensional Fourier transform. Electronic Letters1993, 29 (3):304.



**何爱军** 1995年毕业于湘潭大学物理系,获学士学位,现于中山大学电子系攻读硕士学位。主要研究兴趣:图象处理,计算机网络。

**马争鸣** 1985获华南理工大学通信与电子系统专业硕士学位,1989年获清华大学模式识别与智能控制专业博士学位。现任中山大学电子系副教授。主要从事人工神经网络、小波分析及分形几何的研究。

## Fractal Image Coding in the Frequency Domain

He Aijun, Ma Zhengming

(Department of Electronic Engineering, Zhongshan University, Guangzhou 510275)

**Abstract** This paper presents a new scheme of fractal coding in the frequency domain. Compared with fractal coding in the spatial domain, the proposed scheme has two features: segmented luminance transform, simplification and combination of geometrical transform. Theory analysis and experiment show that this scheme is superior in encoding time and decoder contractility. Meanwhile, it shares a little higher compression ratio and higher image fidelity.

**Keywords** Fractal coding, DCT, Segmented luminance transform, Contractility, Fidelity.

## 法兰西赛场——惠普显神威

全世界现在每日访问惠普专设世界杯站点的流量高达500万人次!惠普世界杯电子商场异常火爆,平均递送时间不超过4天。法兰西上演的98世界杯精彩比赛,由于有惠普公司全方位的强大技术支持,而使赛事组织与管理更加顺畅自如。

据了解,惠普公司为了满足全世界网上访问98世界杯赛的需要,已在3个国家的15个地区安装了130台功能强大的UNIX系统和HP NetServer NT网络服务器,用以管理98世界杯赛的所有外部Web站点,并处理组委会所有的办公应用,包括电子邮件系统;为大约50000名运动员、自愿人员、新闻工作者和其它需要进入世界杯赛场地的人员提供身份鉴别;处理门票销售、存储所有与世界杯有关的信息,包括赛程安排、运动队、运动员信息和统计数据等。

各比赛现场的新闻记者则可通过惠普公司的设备采用各种更加详尽的技术资料,或进入电子邮件访问。

30台安装在法国、英国和美国的惠普Domain服务器,也向全球提供本次大赛的正式Web站点服务。据统计,自开赛以来,该站点的每日平均访问流量保持在250至500万之间,而其设计指标则为1750万次的日访问量。

有趣的是,惠普公司所服务的这一Web站点,同时也是世界杯电子商场。它以因特网和惠普、EDS、Sybase的电子商务技术为基础,为全世界的足球爱好者提供了多达400种的世界杯赛有关商品和纪念品,并且可以有不同的货币进行买卖。据悉,早在世界杯赛开赛前,这个电子商场的日访问次数已达270万次,开赛后更达到500多万次,而商品的平均递送时间不超过4天。

另外,惠普公司还为本次大赛提供兴奋剂检测的化学分析系统和仪器,并向10个比赛现场提供急救医疗设备,如心室纤维颤动治疗仪、便携式病人监控仪及急救室等先进设备。

(汪虹)